合肥市2019年高三第三次教学质量检测

数学试题（文科）参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	D	A	C	C	D	D	B	B	A	D

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $(0,2)$　　14. $\left[\frac{1}{3},3\right]$　　15. 2　　16. $-\frac{1}{4}$

三、解答题：

17.（本小题满分12分）

解：（Ⅰ）由$a_3+a_4=6a_5$，得$6q^2-q-1=0$，解得$q=\frac{1}{2}$或$q=-\frac{1}{3}$.

$\because$数列$\{a_n\}$为递减数列，且首项为1　$\therefore q=\frac{1}{2}$

$\therefore a_n=1\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.　　……………………………6分

（Ⅱ）$\because T_n=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+n\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore \frac{1}{2}T_n=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+n\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$

两式相减得

$\frac{1}{2}T_n=\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-n\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}-n\left(\frac{1}{2}\right)^n=2-2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n-n\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n=2-\frac{n+2}{2^n}$

$\therefore T_n=4-\frac{n+2}{2^{n-1}}$.　　……………………………12分

18.（本小题满分12分）

解：（Ⅰ）由题意得：

	城镇居民	农村居民	合计
经常阅读	100	24	124
不经常阅读	50	26	76
合计	150	50	200

则$K^2=\dfrac{200\times(100\times26-50\times24)^2}{150\times50\times124\times76}=\dfrac{9800}{1767}\approx5.546>5.024$，

所以，有97.5%的把握认为经常阅读与居民居住地有关. ……………………………6分

(Ⅱ)采取分层抽样抽取出6人，则其中经常阅读的有4人，不经常阅读的有2人，

$\therefore P=\dfrac{6}{15}=\dfrac{2}{5}$. ……………………………12分

19. (本小题满分12分)

解:(Ⅰ)取AD的中点为O，连结OP，OB，OC.设OB交AC于点H，连结GH.

$\because AD\parallel BC$，$AB=BC=CD=\dfrac{1}{2}AD$

∴四边形ABCO与四边形OBCD均为菱形

∴OB⊥AC，$OB\parallel CD$ $\therefore CD\perp AC$

$\because \Delta PAD$为等边三角形，O为AD中点

$\therefore PO\perp AD$

$\because$平面$PAD\perp$平面$ABCD$且平面$PAD\cap$平面$ABCD=AD$，

$PO\subset$平面PAD且$PO\perp AD$

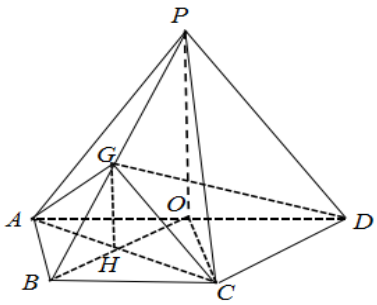
$\therefore PO\perp$平面$ABCD$

$\because CD\subset$平面$ABCD$ $\therefore PO\perp CD$

$\because H$，G分别为OB，PB的中点 $\therefore GH\parallel PO$

$\therefore GH\perp CD$

又$\because GH\cap AC=H$ $\therefore CD\perp$平面GAC. ………………………6分



(Ⅱ)$\dfrac{V_{D-GAC}}{V_{P-ABC}}=\dfrac{V_{G-ADC}}{V_{P-ABC}}=\dfrac{V_{G-ADC}}{2V_{G-ABC}}=\dfrac{S_{\Delta ADC}}{2S_{\Delta ABC}}=\dfrac{AD}{2BC}=1:1$. ……………………………12分

20. (本小题满分12分)

解:(Ⅰ)由椭圆C经过点P（1，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$），且ΔPF_1F_2的面积为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，得$c=1$，且$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2b^2}=1$.

$\because a^2=b^2+c^2$ $\therefore a^2=b^2+1$ $\therefore \dfrac{1}{b^2+1}+\dfrac{1}{2b^2}=1$ 即$2b^4-b^2-1=0$，解得$b^2=1$ $\therefore a^2=2$

∴椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. ……………………………6分

(Ⅱ)由(Ⅰ)知$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$.令$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$.

若直线l的斜率不存在，则$\overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=\dfrac{7}{2}$.

当直线l的斜率存在时，设$l:y=k(x+1)$，代入椭圆方程得$(1+2k^2)x^2+4k^2x+2(k^2-1)=0$.

则$\Delta=16k^4-8(1+2k^2)(k^2-1)=8k^2+8>0$恒成立 .

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{4k^2}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{2(k^2-1)}{1+2k^2}$

$\therefore \overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=(x_1-1)(x_2-1)+y_1y_2=\dfrac{7k^2-1}{1+2k^2}=\dfrac{7}{2}-\dfrac{\frac{9}{2}}{1+2k^2}$

令$t=1+2k^2\geq 1$，则$\overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=\frac{7}{2}-\frac{9}{2\left(2k^2+1\right)}\in\left[-1,\ \frac{7}{2}\right)$.

综上可知，$\overrightarrow{F_2A}\cdot\overrightarrow{F_2B}$的取值范围为$\left[-1,\frac{7}{2}\right]$. ……………………………12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）$f'(x)=\frac{x^2-(a+1)x+a}{e^x}=\frac{(x-1)(x-a)}{e^x}$，由$f'(x)=0$得，$x=1$或$x=a$.

当$a=1$时，$f'(x)\geq 0$，函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$单调递增.

当$a<1$时，函数$f(x)$的递增区间为$(-\infty,\ a)$，$(1,\ +\infty)$，递减区间为$(a,\ 1)$.

当$a>1$时，函数$f(x)$的递增区间为$(-\infty,\ 1)$，$(a,\ +\infty)$，递减区间为$(1,\ a)$.

……………………………6 分

（Ⅱ）证明：对$\forall x\in[0,+\infty)$，$f(x)\geq -1$，即证$x\in[0,+\infty)$，$f(x)_{\min}\geq -1$.

①由（Ⅰ）单调性可知，当$a>1$，$x\in[0,+\infty)$时，$f(x)_{\min}=\min\{f(0),\ f(a)\}$.

$f(a)=\frac{-a-1}{e^a}$.

设$g(a)=\frac{-a-1}{e^a}$，$a>1$，$g'(a)=\frac{a}{e^a}>0$，

∴$g(a)$在$(1,\ +\infty)$单调递增，故$g(a)>g(1)=-\frac{2}{e}>-1$，即$f(a)>-1$.

又∵$f(0)=-1$　∴$f(x)_{\min}=-1$.

②当$a=1$时，函数$f(x)$在$[0,+\infty)$单调递增，$f(x)_{\min}=f(0)=-1$.

③当$3-e\leq a<1$时，由（Ⅰ）单调性可知，$x\in[0,+\infty)$时，$f(x)_{\min}=\min\{f(0),\ f(1)\}$.

$f(1)=\frac{a-3}{e}\geq\frac{(3-e)-3}{e}=-1$.

又∵$f(0)=-1$　∴$f(x)_{\min}=-1$.

综上，当$a\geq 3-e$时，对$\forall x\in[0,+\infty)$，$f(x)\geq -1$. ……………………………12 分

22.（本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）曲线C：$x^2+y^2=4$（$y\geq 0$），曲线E：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………5 分

（Ⅱ）设A（$2\cos\alpha,2\sin\alpha$），$\alpha\in[0,\ \pi]$，要使得ΔAOB面积的最大，则B（$2\cos\alpha,-\sin\alpha$）.

∴$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot|x_B|=\frac{1}{2}\cdot 3\sin\alpha\cdot 2\cos\alpha=\frac{3}{2}\sin 2\alpha$

∵$2\alpha\in[0,2\pi]$

∴当$\alpha=\frac{\pi}{4}$时，ΔAOB的面积取最大值$\frac{3}{2}$. ……………………………10 分

23. (本小题满分 10 分)

解:（Ⅰ）$f\left(x\right)=3\left|x-1\right|+\left|x+1\right|=\begin{cases}-4x+2, & x\le -1\\ -2x+4, & -1<x<1\\ 4x-2, & x\ge 1\end{cases}$

当$x=1$时，$f\left(x\right)$的最小值为$k=2$. ……………………………5 分

(Ⅱ)依题意，$m^2+4n^2=2$.

$$\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2+1}=\frac{1}{m^2}+\frac{4}{4n^2+4}=\left(\frac{1}{m^2}+\frac{4}{4n^2+4}\right)\left(m^2+4n^2+4\right)\cdot\frac{1}{6}$$

$$=\frac{1}{6}\left[1+\frac{4n^2+4}{m^2}+\frac{4m^2}{4n^2+4}+4\right]\ge\frac{1}{6}\left(5+2\sqrt{4}\right)=\frac{3}{2}.$$

当且仅当$\frac{4n^2+4}{m^2}=\frac{4m^2}{4n^2+4}$，即$m^2=2$，$n=0$时，等号成立.

……………………………10 分